

**Câu 1: (2 điểm)** Định  $m$  để biểu thức sau luôn âm với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

$$f(x) = (2 - m)x^2 + 2(m - 3)x + 1 - m$$

**Câu 2: (2 điểm)** Giải các bất phương trình sau:

a)  $|-x^2 + x - 1| \leq 2x + 5$

b)  $x^3 + (4 + x^2)\sqrt{3 - x^2} > 8 - 2x\sqrt{3 - x^2}$

**Câu 3: (2 điểm)**

a) Cho  $\sin x = \frac{1}{4}$  với  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ . Tính  $H = \cos(5\pi - x) + \tan\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$ .

b) Chứng minh  $\frac{\sin 2x}{\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right)(1 + \sin 2x)} = \tan 2x$

**Câu 4: (1 điểm)** Trong mặt phẳng Oxy, tìm tiêu cự, tọa độ các đỉnh, độ dài các trục của elip

$$(E): 25x^2 + 64y^2 = 1600.$$

**Câu 5: (2 điểm)**

a) Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác  $ABC$  có  $A(1,5)$ ;  $B(3,0)$  và  $C(6,3)$ . Tính độ dài chiều cao từ đỉnh  $A$  và tính diện tích tam giác  $ABC$ .

b) Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm  $C(2,-5)$ , đường thẳng  $\Delta: 3x - 4y + 4 = 0$ . Tìm trên đường thẳng  $\Delta$  hai điểm  $A, B$  đối xứng nhau qua điểm  $I(2, \frac{5}{2})$  sao cho diện tích tam giác  $ABC$  bằng 15.

**Câu 6: (1 điểm)** Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ , nội tiếp trong đường tròn  $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$  và  $M(0,1)$ . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác  $ABC$  biết  $M$  là trung điểm cạnh  $AB$  và  $A$  có hoành độ dương.

**HẾT**



| BÀI               | ĐÁP ÁN   | ĐIỂM         |
|-------------------|--|--------------|
| 1                 | $f(x) = (2-m)x^2 + 2(m-3)x + 1-m$ <ul style="list-style-type: none"> <li><math>m = 2</math><br/> <math>f(x) = -2x - 1 &lt; 0 \Leftrightarrow x &gt; -\frac{1}{2} \Rightarrow m=2</math> (loại)</li> <li><math>m \neq 2</math><br/> <math>f(x) &lt; 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}</math><br/> <math display="block">\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m-3)^2 - (2-m)(1-m) &lt; 0 \\ 2-m &lt; 0 \end{cases}</math><br/> <math display="block">\Leftrightarrow \begin{cases} -3m+7 &lt; 0 \\ m &gt; 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m &gt; \frac{7}{3} \\ m &gt; 2 \end{cases} \Leftrightarrow m &gt; \frac{7}{3}</math><br/>                     Vậy <math>m &gt; \frac{7}{3}</math> thì <math>f(x) &lt; 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}</math>.</li> </ul> |              |
| Câu 2. a) (1điểm) | $a) \left  -x^2 + x - 1 \right  \leq 2x + 5 \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + x - 1 \leq 2x + 5 \\ -x^2 + x - 1 \geq -2x - 5 \end{cases}$   | 0,25         |
|                   | $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x + 6 \geq 0 \\ x^2 - 3x - 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ -1 \leq x \leq 4 \end{cases}$   | 0,25<br>0,25 |
|                   | $\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 4$   | 0,25         |
|                   |  |              |
| b) (1điểm)        | $b) x^3 + (4+x^2)\sqrt{3-x^2} > 8 - 2x\sqrt{3-x^2}$  |              |
|                   | $\Leftrightarrow (x^3 - 8) + (x^2 + 2x + 4)\sqrt{3-x^2} > 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x + 4)(\sqrt{3-x^2} + x - 2) > 0$  | 0,25         |
|                   | $\Leftrightarrow \sqrt{3-x^2} + x - 2 > 0 \left( \text{do } \begin{cases} 1 > 0 \\ \Delta' = -2 < 0 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \right)$  | 0,25         |
|                   | $\Leftrightarrow \sqrt{3-x^2} > 2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < 0 \\ 3-x^2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3} \end{cases}$   | 0,25         |
|                   | $\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 3-x^2 > 4-4x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ \frac{2-\sqrt{2}}{2} < x < \frac{2+\sqrt{2}}{2} \end{cases}$   |              |
|                   | $\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \emptyset \\ \frac{2-\sqrt{2}}{2} < x < \frac{2+\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{2}}{2} < x < \frac{2+\sqrt{2}}{2}$   | 0,25         |
| 3a) (1đ)          | $\text{Do } \frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \cos x < 0 \Rightarrow \cos x = -\sqrt{1-\sin^2 x} = -\sqrt{1-\frac{1}{16}} = -\frac{\sqrt{15}}{4}.$   | 0,25         |
|                   | $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = -\sqrt{15}.$   | 0,25         |
|                   | $H = \cos(5\pi - x) + \tan\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) = \cos(\pi - x) + \tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos x - \cot x$   | 0,25         |
|                   | $= \frac{\sqrt{15}}{4} + \sqrt{15} = \frac{5\sqrt{15}}{4}$   | 0,25         |



|    |   |      |
|----|---|------|
| b) | $\frac{\sin 2x}{\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)(1+\sin 2x)} = \frac{\sin 2x}{\frac{1-\tan x}{1+\tan x}(\sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x)}$ $= \frac{\sin 2x}{\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}(\cos x + \sin x)^2} = \frac{\sin 2x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{\sin 2x}{\cos 2x} = \tan 2x$  |      |
| 4  | Ta có (E): $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$  | 0,25 |
|    | 1) Tiêu cự = $2\sqrt{39}$   | 0,25 |
|    | 2) Độ dài trục lớn = 16 ; trục bé = 10.   | 0,25 |
|    | 3) Tọa độ các đỉnh là $A_1(-8;0)$ ; $A_2(8;0)$ ; $B_1(0; -5)$ ; $B_2(0; 5)$ .   | 0,25 |
| 5a | Ta có $\overline{BC} = (3,3) \Rightarrow BC = 3\sqrt{2}$  | 0,25 |
|    | Viết được pt BC : $x - y - 3 = 0$   | 0,25 |
|    | Chiều cao đỉnh A là $h_A = d(A, BC) = \frac{ 1-5-3 }{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$   | 0,25 |
|    | Diện tích tam giác ABC : $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot h_A = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{21}{2}$  | 0,25 |
| 5b | Ta có $d(C, \Delta) = \frac{ 3 \cdot 2 - 4(-5) + 4 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 6$   | 0,25 |
|    | $S_{ABC} = \frac{1}{2}d(C, \Delta) \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{2S_{ABC}}{6} = 5 \Rightarrow AI = \frac{AB}{2} = \frac{5}{2}$  | 0,25 |
|    | Gọi $A(4t; 1+3t) \in \Delta$ , khi đó $AI^2 = (4t-2)^2 + (3t-\frac{3}{2})^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow 25t^2 - 25t = 0$   | 0,25 |
|    | $\Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=1 \end{cases}$ . Vậy $A(0,1)$ ; $B(4,4)$ hoặc $A(4,4)$ ; $B(0,1)$ .   | 0,25 |
| 6  | (C) có tâm $I(-1,2)$ , bán kính $R=2$   | 0,25 |
|    | Đường thẳng (AB) đi qua $M(0,1)$ và có VTPT $\vec{IM} = (1, -1)$ nên có pt<br>(AB) : $x - y + 1 = 0$  | 0,25 |
|    | Tọa độ A,B là nghiệm của hệ<br>$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1; y = 2 \\ x = -1; y = 0 \end{cases} \quad A(1,2); B(-1,0) \text{ (do } x_A > 0)$   | 0,25 |
|    | Ta có $\vec{IA} = (2,0)$ nên phương trình (AI) : $y - 2 = 0$ và (BC) : $x + 1 = 0$<br>Gọi N là giao điểm của AI và BC, tọa độ N là nghiệm của hệ<br>$\begin{cases} y - 2 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow N(-1,2) \Rightarrow C(-1,4),$ | 0,25 |